

روشهای طراحی فیلترهای شانه‌ای جهت پردازش سیگنالهای رادار و سونار

مجید آقابابایی^۱، احسان مرادی^۲

Majid_ghababaie@iust.ac.ir

۱- استادیار دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علوم دریایی امام خمینی (ره)

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، دانشگاه علوم دریایی امام خمینی (ره)

چکیده

امروزه فیلترهای شانه‌ای در کاربردهای گسترده‌ای نظیر حذف نمودن هارمونیک‌های خطوط تغذیه و از بین بردن درهم‌ریختگی ناشی از اهداف ثابت در رادارها و سونارهای نشان‌دهنده هدف متحرک استفاده می‌شوند. در این مقاله سه نوع فیلتر شانه‌ای ۱- فیلتر شانه‌ای با پاسخ ضربه محدود، ۲- فیلتر شانه‌ای با پاسخ ضربه نامحدود و ۳- فیلتر شانه‌ای با استفاده از تبدیل فوریه سریع به طور کامل توصیف شده و با شبیه‌سازی در نرم‌افزار Matlab هر سه روش با هم مقایسه شده‌اند. در پایان روشی را برای بهبود عملکرد فیلتر شانه‌ای با استفاده از تبدیل فوریه سریع بیان شده است. شبیه‌سازیهای انجام شده بیانگر کاهش حجم محاسبات و بالارفتن سرعت طراحی توسط روش جدید می‌باشد.

واژگان کلیدی: فیلتر شانه‌ای، فیلتر شانه‌ای با تبدیل فوریه سریع، فیلتر شانه‌ای با پاسخ ضربه نامحدود، فیلتر شانه‌ای با پاسخ ضربه محدود

تاریخ دریافت مقاله : ۹۵/۰۵/۱۰

تاریخ پذیرش مقاله : ۹۵/۱۲/۱۰

۱- مقدمه

یکی از کاربردهای گسترده فیلترهای شانه‌ای در حذف نمودن هارمونیک‌های ناخواسته از سیگنال مطلوب می‌باشد. یک فیلتر شانه‌ای با طول $N+1$ به صورت رابطه (۱) نمایش داده شده است.

$$y(n) = x(n) + x(n-1) + \dots + x(n-N) \quad (1)$$

با گرفتن تبدیل Z از رابطه‌ی (۱) به دست می‌آوریم:

$$H(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-N} \quad (2)$$

اگر بخواهیم رابطه (۲) را به صورت ماتریسی نمایش دهیم خواهیم داشت:

$$y(n) = [1 \ 1 \ \dots \ 1] [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-N)]^T \quad (3)$$

در رابطه (۳) علامت T نشان‌دهنده ترانپوز می‌باشد. از نظر ریاضی رابطه زیر را می‌توان به صورت معادل برای رابطه (۲) در نظر گرفت

$$H(z) = \frac{1 - z^{-(N+1)}}{1 - z^{-1}} \quad (4)$$

رابطه بازگشتی زیر را می‌توان از رابطه (۴) نتیجه گرفت:

$$y(n) = y(n-1) + x(n) - x(n-N-1) \quad (5)$$

که فرم ماتریسی رابطه (۵) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$y(n) - y(n-1) = [1 \ 0 \ \dots \ 1] \times [x(n) \ \dots \ x(n-N)]^T \quad (6)$$

فرم کلی یک فیلتر FIR با فاز خطی به صورت زیر می‌باشد:

$$H(z) = 1 - z^{-N} \quad (7)$$

تاخیر گروه مربوط به این فیلتر ثابت می‌باشد. با توجه به روابط بالا درمی‌یابیم که روابط (۱) و (۵) به ترتیب مربوط به فیلتر FIR و فیلتر IIR هستند [۱، ۷].

۲- فیلترهای شانه‌ای FIR

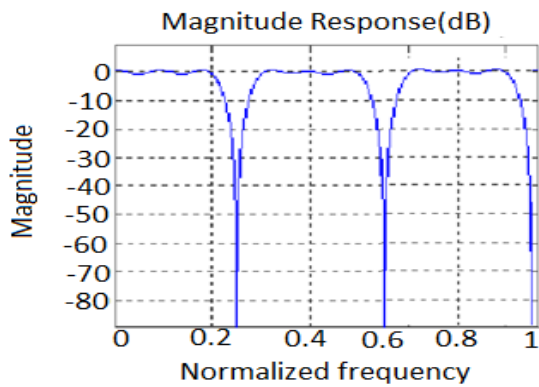
همانطور که در شکل (۱) دیده می‌شود این فیلترها در باند عبور دارای پاسخ مناسبی نیستند یعنی در باند عبور هموار نمی‌باشند در ضمن با توجه به شکل (۲) متوجه می‌شویم که فاز این فیلترها خطی می‌باشد. در شکل (۳) تاخیر گروه این دسته از فیلترها به نمایش درآمده است.

پاسخ فرکانسی این نوع فیلتر به صورت ساده زیر قابل نمایش است:

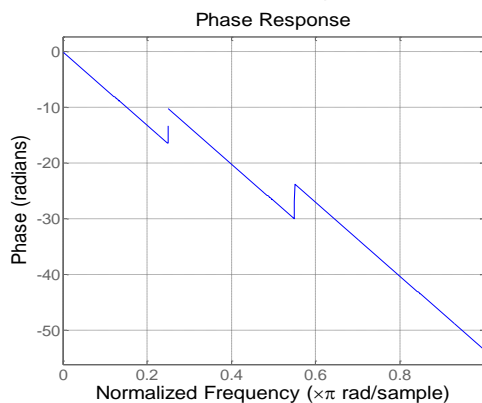
$$H(Z) = 1 - Z^{-N} \quad (8)$$

با توجه به رابطه (۸) متوجه می‌شویم که این فیلتر دارای N صفر بر روی دایره‌ی واحد می‌باشد این موضوع در شکل (۴) دیده می‌شود. همچنین لازم به ذکر است این صفرها دارای زاویه برابر هستند و مقدار این زاویه برابر است با:

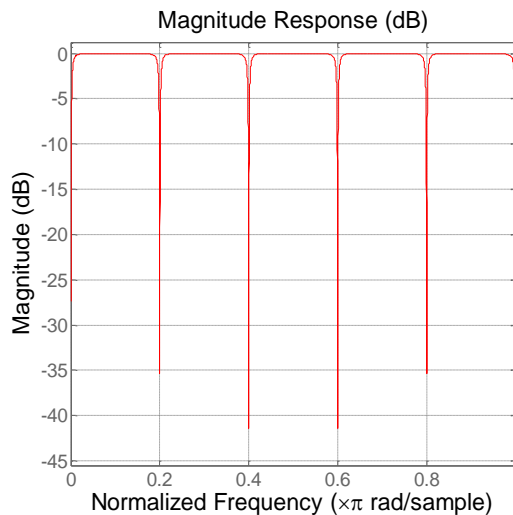
$$f = \frac{2\pi}{N} \quad (9)$$



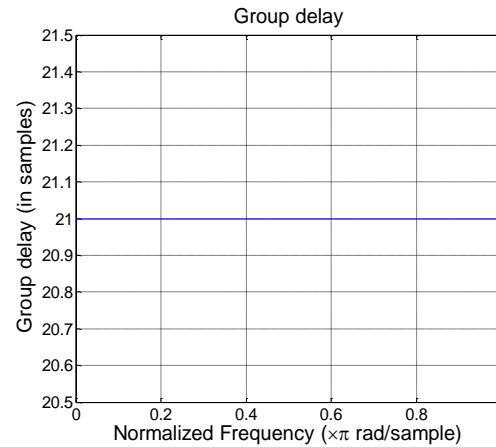
شکل (۱) پاسخ دامنه فیلتر شانه‌ای FIR



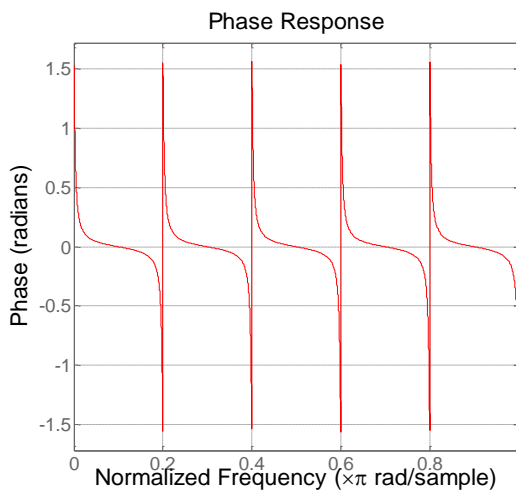
شکل (۲) پاسخ فاز فیلتر شانه‌ای FIR



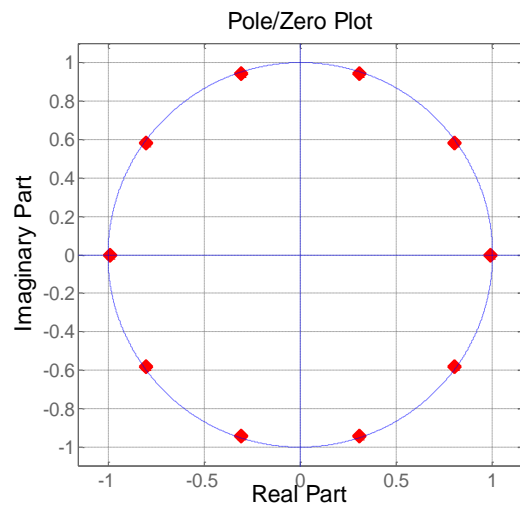
شکل (۵) دامنه فیلتر IIR



شکل (۳) تاخیر گروه فیلتر شانه‌ای FIR



شکل (۶) فاز فیلتر IIR



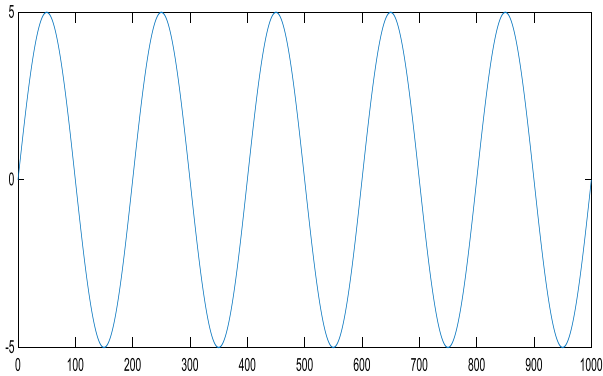
شکل (۴) قطب‌های فیلتر شانه‌ای FIR در صفحه Z

این فیلترها در بخش notch خود بسیار باریک هستند از این رو در باند عبور خود دارای پاسخی هموار می‌باشند. پاسخ دامنه و فاز این فیلترها به ترتیب در شکل‌های (۵) و (۶) دیده می‌شود. در شکل (۷) تاخیر گروه فیلتر IIR نمایش داده شده است همان طور که دیده می‌شود این فیلتر دارای تاخیر گروه غیرخطی می‌باشد که باعث می‌شود این فیلتر پاسخ زمانی نامناسب از خود نشان دهد. امروزه نیاز به فاز خطی در اکثر کاربردها دیده می‌شود خصوصا در زمانی که سیگنال پالسی باشد این نیاز خود را بیشتر نشان می‌دهد پس در این موارد از فیلترهای IIR نمی‌توان استفاده نمود.

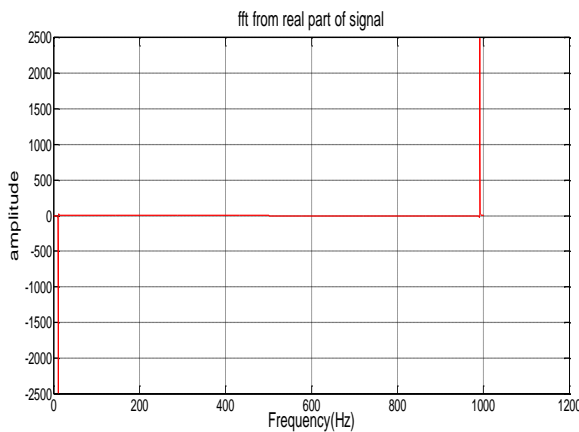
دلیل اینکه فیلترهای FIR در بخش باند عبور دارای پاسخ مناسبی نیستند این است که در حوزه فرکانس پهنای باند بالایی را هنگام حذف فرکانس‌های نامطلوب در باند notch خود نشان می‌دهند. این فیلترها به دلیل داشتن تاخیر گروه ثابت در حوزه زمان دارای پاسخ زمانی خوبی هستند که این خصوصیت مفید این نوع از فیلترها قابل چشم‌پوشی نمی‌باشد.

۳- فیلترهای شانه‌ای IIR

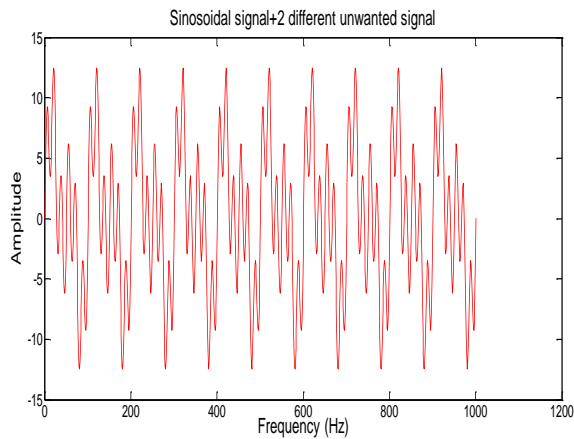
این نوع فیلتر هم دارای N صفر بر روی دایره می‌باشد و دارای پاسخی سریع در مرحله‌ی گذر است. پاسخ فاز این فیلتر غیرخطی می‌باشد.



شکل (۸) سیگنال سینوسی

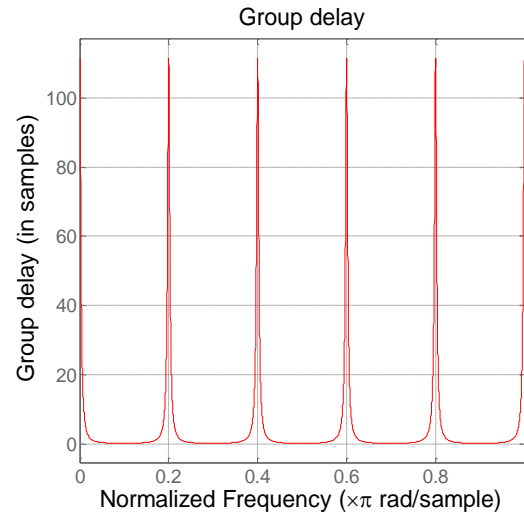


شکل (۹) FFT بخش حقیقی سیگنال



شکل (۱۰) سیگنال جمع شده با دو سیگنال ناخواسته

در شکل (۱۰) حاصل جمع سیگنال با دو سیگنال سینوسی نامطلوب دیگر که دارای فرکانس‌های متفاوتی با ۵۰ هرتز می‌باشند رسم شده است و اثر آن‌ها در بهم ریختن مشخصات زمانی سیگنال دیده می‌شود. در شکل (۱۱) طیف فرکانسی مربوط به سیگنال حاصل جمع سینوسی مطلوب با سینوسی‌های نامطلوب رسم شده است



شکل (۷) تاخیر گروه فیلتر IIR

تابع انتقال این فیلتر با رابطه زیر مشخص می‌شود

$$H(Z) = \frac{1-Z^{-N}}{1-aZ^{-N}} \quad (10)$$

هر چه عدد a به یک نزدیکتر باشد این فیلتر دارای پاسخی سریعتر در مرحله گذر است با این حال این فیلتر به علت فاز غیر خطی بر روی سیگنال مورد علاقه ما اثرات نامطلوب می‌گذارد [۲، ۳، ۶، ۷].

۴- فیلترهای بر مبنای FFT

فیلترهای بر مبنای FFT اساساً از نوع FIR هستند عملکرد این فیلترها در حوزه‌ی فرکانس می‌باشد و بایستی سیگنال ورودی از حوزه زمان به حوزه فرکانس تبدیل شود سپس طیف حاصل با پاسخ فرکانسی فیلتر ضرب شود و نتیجه به حوزه زمان بازگردانده شود. در دنیای DSP این نوع پیاده‌سازی فیلتر FIR بسیار پیچیده است ولی اگر درجه فیلتر بالا باشد سرعت آن خیلی بیشتر می‌باشد. با استفاده از روش فیلترهای FFT می‌توانیم به فیلترهایی با مرحله‌گذر سریع، تضعیف مرحله‌ی توقف بالا و دارای فاز خطی دست یابیم که دست یافتن به همه‌ی این خصوصیات ذکر شده توسط فیلترهای FIR و IIR معمولی دست نیافتنی است. به‌طور مثال سیگنال سینوسی شکل (۸) را در نظر بگیرید این سیگنال با دامنه ۵ و فرکانس ۵۰ هرتز می‌باشد طیف فرکانسی این سیگنال به صورت شکل (۹) نمایش داده شده است که با گرفتن FFT از سیگنال مورد نظر حاصل شده است.

حذف می‌شوند. اگر f_{cw} فرکانس سیگنال‌های نامطلوب باشد رابطه زیر برقرار است:

$$f_s = \frac{Nf_{co}}{M} \quad (12)$$

۲-۴- بهبود عملکرد فیلتر شانه‌ای FFT

روشی که در بخش ۴ توضیح داده شد بر این مبنا بود که در ابتدا N نمونه از طیف فرکانسی مورد نظر نمونه برداری می‌کنیم سپس به تعداد M نمونه از این تعداد را صفر کرده و برای نمایش حاصل فیلتر از نتیجه عملکردمان معکوس FFT می‌گیریم. کل این فرآیند دارای تعداد $2N \log_2 N$ عمل ضرب می‌باشد روش شرح داده شده به دلیل پیچیدگی در محاسبات استفاده نمی‌شود در مرجع [۵] روشی برای کاهش محاسبات بیان شده که در زیر توضیح داده شده است.

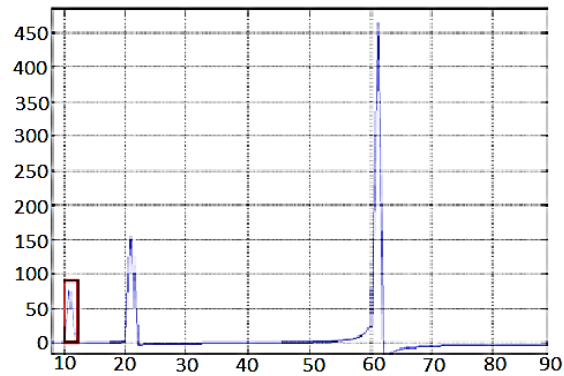
اگر پهنای باند سیگنال مطلوب ما به ۴ مگاهرتز افزایش یابد f_s و N با فاکتور ۱۰۰ زیاد می‌شوند به طوری که اندازه FFT به ۴۰۹۶۰۰ افزایش پیدا می‌کند چندین مشکل از این افزایش مقدار پهنای باند ناشی می‌شود که به ترتیب در زیر آورده شده است:

۱- تعداد ۴۰۹۶۰۰ بزرگتر از تعداد FFT قابل پشتیبانی توسط FPGA ها می‌باشد. که این مشکل باعث اعمال هزینه بیشتر می‌گردد.

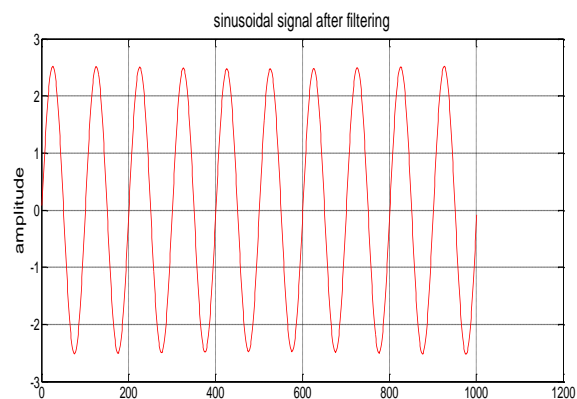
۲- این عدد در مبنای ۲ نیست و تنها اعدادی توسط FPGA قابل پشتیبانی هستند که در مبنای ۲ و نهایتاً تا مقدار ۶۵۵۳۵ باشند.

۳- ممکن است جمع آوری و پردازش این تعداد بالای نمونه با زمان در نظر گرفته شده برای کار مورد نظر هم-خوانی نداشته باشد. در این روش با فرض اینکه $\frac{N}{M}$ عدد صحیحی باشد ماتریس‌های A و A^{-1} را هم‌سایز با FFT و IFFT در نظر می‌گیریم. ماتریس A به صورت زیر تعریف می‌شود:

با استفاده از شکل (۱۱) طیف نامطلوب مشخص می‌شود و می‌توان فیلتر مناسب را در نظر گرفت. بعد از انجام عمل فیلترینگ همانطور که در شکل (۱۲) مشاهده می‌شود می‌شود فیلتر در نظر گرفته اثر سیگنال‌های ناخواسته را به نحو موثری کاهش داده است.



شکل (۱۱) طیف سیگنال جمع شده با دو سیگنال ناخواسته



شکل (۱۲) سیگنال حاصل بعد از انجام فیلترینگ

۱-۴- فیلترهای شانه‌ای FFT

تبدیل فوریه سریع N نقطه‌ای را با فرکانس نمونه‌برداری f_s در نظر بگیرید این فرکانس با استفاده از رابطه زیر به N بخش مساوی تقسیم می‌شود:

$$f_d = \frac{f_s}{N} \quad (11)$$

اگر فرکانس‌های سینوسی و هارمونیک‌ها مضارب صحیحی از فرکانس f_d باشند درست در یکی از بخش‌های تشکیل شده توسط f_s قرار خواهند گرفت. اگر کاری کنیم که این بخش‌ها صفر شوند سینوسی‌های نامطلوب به طور کامل

$$A^{-1}A_e(ij) = \sum_{n=0}^{N-1} W_N^{(i-j)n} \quad (18)$$

که حاصل رابطه (۱۸) را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

(۱۹)

$$A^{-1}A_e = \begin{cases} \frac{1}{M} & n = \text{mod}\left(i-j, \frac{N}{M}\right) \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

در نهایت برای C_r رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$C_r(ij) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{M} & i=j \\ -\frac{1}{M} & n = \text{mod}\left(i-j, \frac{N}{M}\right) = 0 \\ 0 & \text{other wise} \end{cases} \quad (20)$$

حال اگر ورودی x با ماتریس C_r ضرب شود خروجی y توسط رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$y_k = x_k - \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x_{k-j\frac{N}{M}} \quad (21)$$

با این ساده‌سازی فیلتر شانه‌ای به‌دست آمده با فاکتور $2M \log_2 N$ از فیلتر به‌دست آمده از طریق روش FFT کارآمدتر است. زمان محاسبات از طریق این روش به طور چشمگیری کاهش می‌یابد. به طور مثال اگر N برابر ۴۰۹۶ و M برابر با ۳۲ باشد میزان کاهش محاسبات از مرتبه ۷۶۸ می‌باشد. در پهنای باند بیشتر که مقادیر N و M افزایش می‌یابند این اثر بیشتر دیده می‌شود. تنها محدودیت این روش این است که نسبت N به M بایستی عددی صحیح باشد. یکی از قابلیت‌های این فیلتر انعطاف - پذیری آن است زیرا با این روش برای محاسبه FFT نیازی نیست که سائز آن در مبنای ۲ باشد. با نگاه به رابطه (۲۱) متوجه می‌شویم که این فیلتر یک فیلتر FIR ساده می‌باشد [۴، ۵].

$$A = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & L & 1 \\ 1 & W_N^1 & L & W_N^{(N-1)} \\ 1 & W_N^2 & L & W_N^{2(N-1)} \\ M & M & & M & M \\ 1 & W_N^{(N-1)} & L & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) با W_N مقدار زیر برابر است:

$$W_N = e^{j\frac{2\pi}{N}} \quad (14)$$

برای فیلتر کردن سیگنال بایستی از آن FFT گرفته و سپس عناصر نامطلوب را صفر نماییم که این گفته معادل با این است که سیگنال را در ماتریس FFT ای ضرب نماییم که بعضی از سطرهای آن صفر باشد به همین دلیل ماتریس A_r را به نحوی تعریف می‌کنیم که سطر M آن صفر باشد.

$$A_r = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & W_N^1 & \dots & W_N^{(N-1)} \\ 1 & W_N^2 & \dots & W_N^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & W_N^{(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

حال ماتریس C_r را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$C_r = A^{-1}A_r \quad (16)$$

ماتریس A_r را می‌توان به صورت $A - A_e$ در نظر گرفت از این رو معادله (۱۵) به صورت زیر درمی‌آید:

$$(17) C_r = A^{-1}A_r = A^{-1}(A - A_e) = I - A^{-1}A_e$$

که در رابطه (۱۷) I ماتریس واحد و $A^{-1}A_e$ به صورت زیر ساده می‌شود:

autocorrelation of the multi-scale product for the multi-pitch estimation”, Applied Acoustics, Elsevier, Volume. 120, pp. 45-53, May. 2017.

- [8] R. Barsainya, M. Agarwal, T. k. Rawat, “Design and FPGA implementation of multiplierless Comb filter”, International Journal of Circuit Theory and Applications, Feb. 2017.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله روش‌های طراحی فیلترهای شانه‌ای به طور کامل توصیف شد. در بین توضیحات با شبیه‌سازی Matlab هر سه روش طراحی فیلتر شانه‌ای با هم مقایسه شدند و در پایان روشی برای بهبود عملکرد طراحی فیلتر شانه‌ای به روش FFT بیان گردید، در این روش فیلتر شانه‌ای به دست آمده با فاکتور $2M \log_2^N$ از فیلتر به دست آمده از طریق روش FFT کارآمدتر است و میزان محاسبات به طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد، در پهنای باند بیش‌تر تاثیر این روش مشهودتر می‌باشد. تنها محدودیت این روش این است که نسبت N به M بایستی عددی صحیح باشد.

۶- منابع

- [1] A.Massalin and C.S.Lindquist, “ Efficient implementation of comb filters using block processing”, Signal, System and Computer, Conference record of the thirty-fifth Asilomar Conference on, vol. 1, pp. 612-616, Nov. 2001.
- [2] P.Zahradnik and M.Velcek, “Extended design of equiripple comb FIR filters”, 16th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and System, pp. 880-883, February. 2009.
- [3] P.Zahradnik and M.Velcek, “Analytical design of optimal FIR comb filters”, Communicatins, ICC03. IEEE International Conference on, vol. 5, pp. 3590-3593, May. 2003.
- [4] J. G. Proakiss and D. G. Monolakiss, “ Digital signal processing principles algorithms and applicatons”, 4rd Edition, Prentice Hall, 2006.
- [5] J. L. Rasmussen, “New method of FIR Comb filtering”, Forty sixth Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers, pp. 792-796. November. 2012
- [6] G. J. Dolecek, J. R. G. Baez, M. Ladamada, “Design of Efficient Multiplierless Modified Cosine-Based Comb Decimation Filters: Analysis and Implementation”, IEEE Transaction on Circuit and Systems, Volume: PP, Issue. 99, pp. 1-13, February. 2017.
- [7] J. Zeremadini, M. Anouar, B. Messaoud, A. Bouzid, “Multiple Comb filters and