

## آنالیز عددی مخازن ذخیره سوخت دوزنقه ای شکل با در نظر گرفتن پدیده اسلاشینگ

محمدجواد کتابداری<sup>۱</sup>، حسن ساقی<sup>۲</sup>

[Ketabdar@aut.ac.ir](mailto:Ketabdar@aut.ac.ir)

۱- دانشیار دانشکده مهندسی دریا دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
۲- دانشجوی دکتری عمران- آب دانشگاه فردوسی مشهد

### چکیده

پدیده اسلاشینگ<sup>۱</sup> یکی از مسائل پیچیده در پدیده‌های جریان با سطح آزاد است. بررسی این پدیده کاربرد زیادی در زمینه های مختلف علوم مهندسی دارد که از آن جمله می‌توان به بررسی رفتار کشتی های حمل سوخت و گاز مایع اشاره نمود. این پدیده از دیدگاه سازه ای می تواند شرایط بحرانی را برای سازه های دریایی بوجود آورد که از آن جمله می‌توان به افزایش مقدار فشار وارد بر بدنه مخزن اشاره نمود. لذا نحوه توزیع فشار بر روی بدنه مخزن تانک و در نهایت حداکثر نیروی وارد از طرف سیال بر مخزن می بایست به طور دقیق مورد بررسی قرار گیرد. در این تحقیق، با فرض سیال تراکم ناپذیر ایده آل، مدل عددی بر اساس روش اجزاء محدود و المان مرزی توسعه یافت تا به کمک آن پدیده اسلاشینگ در مخازن دوزنقه ای شکل مورد بررسی قرار گیرد. مدل برای مخزن مستطیلی و بر اساس اطلاعات موجود معتبرسازی شد. نتایج نشان داد که مقطع پیشنهادی دوزنقه ای باعث کاهش فشار و نیروهای وارد بر بدنه مخزن در مقایسه با مخازن مستطیلی می شود.

### واژگان کلیدی

پدیده اسلاشینگ، معادله لاپلاس، مخازن دوزنقه ای، ترکیب روش المان محدود و اجزاء محدود.

تاریخ دریافت مقاله : ۹۱/۴/۱۰

تاریخ پذیرفته شدن مقاله : ۹۱/۶/۲۶

<sup>1</sup> - Sloshing

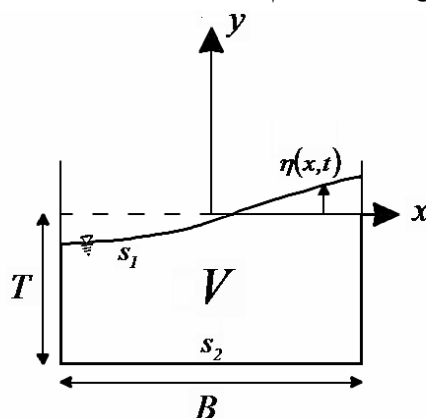
## ۱- مقدمه

پدیده اسلاشینگ در مخازن نیمه پر، یکی از پدیده‌های مهم در علوم مهندسی است. این پدیده بر اثر حرکت ناگهانی یک مخزن حامل سوخت بوجود می‌آید. در چنین شرایطی، سیال داخل مخزن دچار تلاطم شده و باعث توزیع غیریکنواخت فشار بر روی سطح مخزن می‌شود. بررسی این پدیده در بسیاری از مسائل دارای کاربرد می‌باشد. روشهای مختلف جهت بررسی این پدیده را می‌توان به سه دسته روشهای عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی طبقه‌بندی نمود. Ibrahim و همکارانش [1] و Casella و Cariou [2] کاربرد دینامیک سیالات محاسباتی را در بررسی پدیده اسلاشینگ مورد بررسی قرار داده‌اند. جهت بررسی عددی این پدیده بعضی از محققین همچون Abramson [3]، Ockendon et al. [4]، Yun و Choun [5]، Frandsen [6] و Wu [7] جهت بررسی پدیده اسلاشینگ سیال را ایده‌آل فرض نموده و لذا معادله لاپلاس را به عنوان معادله حاکم

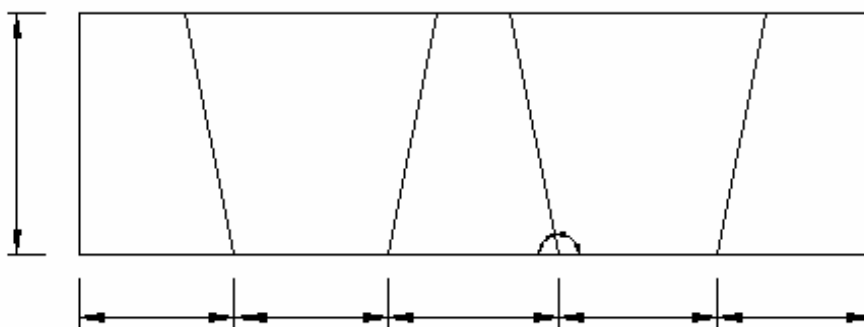
مورد استفاده قرار دادند. در تحقیقات صورت گرفته به طور معمول مقطع مستطیلی برای مخازن مورد استفاده قرار گرفته است. هدف از انجام این تحقیق، ارائه یک مدل عددی جهت بررسی پدیده اسلاشینگ در یک مخزن دوزنقه ای نیمه پر با فرض سیال ایده‌آل و تراکم ناپذیر است. در مدل ارائه شده دو روش المان محدود و اجزاء محدود جهت حل همزمان معادلات حاکم شامل معادله لاپلاس و معادله غیرخطی سطح آزاد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

## ۲- شرح مسئله

در صنعت نفت، مخازن ذخیره سوخت معمولاً به صورت مستطیلی ساخته می‌شوند. شکل (۱) نمونه‌ای از این نوع مخازن را نشان می‌دهد. در تحقیق حاضر مخزن با مقطع دوزنقه‌ای به عنوان گزینه پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل (۲) مقطع تیپ این گونه مخازن را نشان می‌دهد.



شکل (۱) محدوده مورد مطالعه در مخازن مستطیلی در پدیده اسلاشینگ



شکل (۲) مقطع پیشنهادی برای مخازن ذخیره سوخت

## ۳- معادلات حاکم و شرایط مرزی

در این تحقیق، سیال ایده‌ال و تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده و لذا معادلات لاپلاس به عنوان معادله حاکم مورد استفاده قرار گرفته است. این رابطه به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

در این رابطه،  $\varphi$  تابع پتانسیل است. جهت بررسی پدیده اسلاشینگ، شرط عدم نفوذ برای دیواره و کف مخزن و نیز شرط مرزی غیرخطی و دینامیکی سطح آزاد، مطابق روابط زیر مورد استفاده قرار گرفته است.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = n_y \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left( \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right) + (a_y + g)\eta + a_x x = 0 \quad (4)$$

به طوریکه  $\eta$  مطابق شکل (۱) جابجائی سطح آزاد نسبت به وضعیت تعادل سیال داخل مخزن می باشد.

## ۴- مدل سازی عددی

همانطورکه پیش از این اشاره شد، در این تحقیق جهت بررسی پدیده اسلاشینگ سیال را ایده‌آل فرض نموده و لذا معادله لاپلاس به همراه شرط مرزی دینامیکی سطح آزاد به عنوان معادله حاکم مورد استفاده قرار گرفته و با استفاده همزمان از دو روش المان مرزی و اجزاء محدود حل شدند. در استفاده از روش المان مرزی، قضیه گرین مطابق رابطه زیر مورد استفاده قرار گرفته است:

$$c(x)\varphi(x) + \oint_{\partial D} \varphi(y) \frac{\partial \psi}{\partial n}(x, y) ds(y) = \int_{\partial D} \psi(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial n}(y) ds(y) \quad (5)$$

در این رابطه، تابع  $\psi(x, y)$  راه حل اساسی نامیده شده که در مسائل دوبعدی برابر  $\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r}$  می‌باشد. در این مرحله، با استفاده از قضیه گرین، رابطه انتگرال

سطحی فوق به رابطه انتگرال مرزی زیر تبدیل می‌شود:

$$c(l)\varphi(l) + \int_s \varphi \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) ds = \int_{s_1} n_y \frac{\partial \eta}{\partial t} \left( \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) ds \quad (6)$$

بطوریکه  $S$  و  $S1$  به ترتیب مرز تماس سیال و مخزن و سطح آزاد سیال هستند. در این تحقیق، تابع شکل خطی مورد استفاده قرار گرفته و در نهایت رابطه فوق به صورت زیر به دست می‌آید:

$$c(l)\varphi(l) + \sum_{k=1}^K \int_{\partial D_k} [N_1(\zeta) \quad N_2(\zeta)] \begin{bmatrix} \varphi^k(k) \\ \varphi^k(k+1) \end{bmatrix} \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \left( \ln \frac{1}{r} \right) \frac{L_k}{2} d\zeta \quad (7)$$

$$= \sum_{k=1}^{K'} \int n_y [N_1(\zeta) \quad N_2(\zeta)] \begin{bmatrix} \dot{\eta}^k(k) \\ \dot{\eta}^k(k+1) \end{bmatrix} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \frac{L_k}{2} d\zeta$$

بطوریکه  $K$ ،  $K'$ ،  $D_k$  و  $D_{k'}$  به ترتیب عبارتند از تعداد و نام المان بر روی بدنه مخزن و سطح آزاد. در این تحقیق، روش اجزاء محدود جهت حل معادله شرط مرزی دینامیکی سطح آزاد که مطابق رابطه (۸) ارائه شده است، مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right\} + a_x x + (g + a_y)\eta \quad (8)$$

در این تحقیق، جهت حل معادله دینامیکی سطح آزاد از روش گالرکین استفاده شده است. در این روش تابع باقیمانده مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$Re = \int_{s=0}^l Nf(s, t) ds \quad (9)$$

با جایگزینی پارامترها داریم:

$$Re^j = \int_{s=0}^l \left( \frac{1}{l} \left[ \frac{l-s}{s} \right] \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ n_y^2 \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial s} \right)^2 \right] + a_x x + (a_y + g)\eta - \dot{D} \right) ds \quad (10)$$

با استفاده از معادله فوق، مقدار باقیمانده در دو گره انتهایی  $j$  و  $j+1$  از المان  $j$  به دست می‌آید:

سایر ضرائب به روش مشابه به دست می‌آید. با حل همزمان معادلات ۷ و ۱۴، مقدار پتانسیل بر روی المانهای مرزی موجود در محدوده مورد مطالعه و نیز تغییرات سطح آزاد محاسبه می‌شود. توزیع فشار بر روی بدنه مخزن نیز با استفاده از تابع پتانسیل به دست آمده و به کمک معادله برنولی قابل محاسبه است.

### ۵- معتبرسازی مدل

به منظور معتبرسازی مدل، مخزن مستطیلی با عرض ۰/۹ متر و ارتفاع ۰/۶ متر تحت حرکت اجباری افقی با معادله  $X = 0.002 \sin(5.5t)$  قرار داده میشود. در چنین شرایطی شتاب وارد بر مخزن مطابق رابطه  $a_x = -0.0605 \sin(5.5t)$  است. جابجائی نود انتهای سمت راست موجود بر روی سطح آزاد محاسبه و با نتایج ارائه شده توسط Nakayama و همکارانش [8] در شکل (۳) مقایسه شده است. مقایسه نتایج در این شکل صحت عملکرد مدل را نشان می‌دهد.

$$Re_j^j = l_j \left( \frac{1}{3} \dot{\varphi}_j + \frac{1}{6} \dot{\varphi}_{j+1} \right) + \frac{1}{24} l_j n_{y_j}^2 (3\dot{\eta}_j^2 + 2\dot{\eta}_{j+1}\dot{\eta}_j + \dot{\eta}_{j+1}^2) \quad (11)$$

$$\frac{1}{4l_j} (\varphi_j - \varphi_{j+1})^2 + l_j \left( a_x \left( \frac{1}{3} x_j + \frac{1}{6} x_{j+1} \right) + (g + a_y) \left( \frac{1}{3} \eta_j + \frac{1}{6} \eta_{j+1} \right) - \left( \frac{1}{3} \dot{D}_j + \frac{1}{6} \dot{D}_{j+1} \right) \right) = 0$$

$$Re_{j+1}^j = l_j \left( \frac{1}{6} \dot{\varphi}_j + \frac{1}{3} \dot{\varphi}_{j+1} \right) + \frac{1}{24} l_j n_{y_j}^2 (\dot{\eta}_j^2 + 2\dot{\eta}_{j+1}\dot{\eta}_j) \quad (12)$$

$$\frac{1}{4l_j} (\varphi_j - \varphi_{j+1})^2 + l_j \left( a_x \left( \frac{1}{6} x_j + \frac{1}{3} x_{j+1} \right) + (g + a_y) \left( \frac{1}{6} \eta_j + \frac{1}{3} \eta_{j+1} \right) - \left( \frac{1}{6} \dot{D}_j + \frac{1}{3} \dot{D}_{j+1} \right) \right) = 0$$

مجموع باقیمانده برای گره‌های المان می‌بایست برابر صفر باشد. لذا داریم:

$$Re_j^j + Re_{j+1}^j = 0 \quad (13)$$

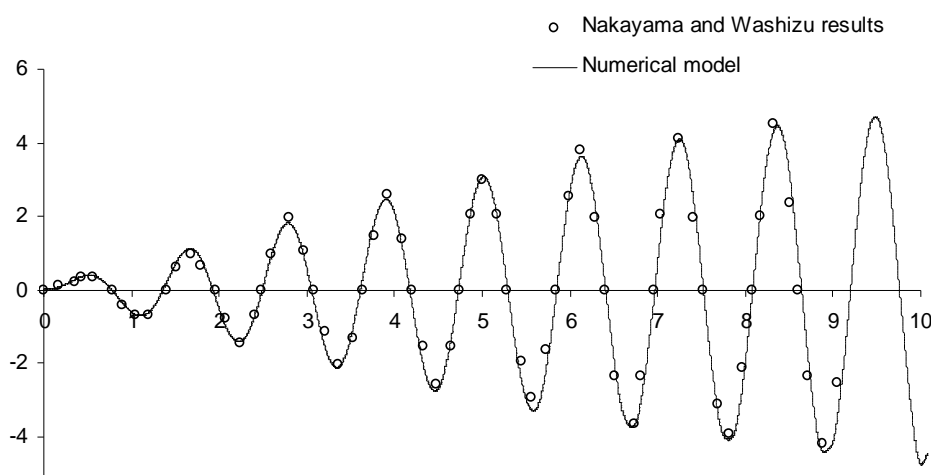
با مرتب کردن رابطه (۱۲) در نهایت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A_j \Delta \eta_j + A_{j+1} \Delta \eta_{j+1} + A_{j-1} \Delta \eta_{j-1} + B_{j-1} \Delta \varphi_{j-1} + B_j \Delta \varphi_j + B_{j+1} \Delta \varphi_{j+1} = C \quad (14)$$

به عنوان مثال ضریب  $A_j$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(15)$$

$$A_j = \left\{ \frac{\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0}{3l_{0_j}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_{0_j} - \frac{\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0}{6l_{0_j}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_{0_{j+1}} + \frac{1}{24} n_{y_j}^2 l_{0_j} \left[ \frac{-12(\partial \eta)}{\Delta x} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_j} - \frac{4(\partial \eta)}{\Delta x} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_{j+1}} \right] - \frac{n_{y_j}^2 (\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0)}{24l_{0_j}} \left[ \frac{(\partial \eta)^2}{3} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_j} + 2 \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_{j+1}} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_j} + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_{j+1}}^2 \right] + a_x \frac{\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0}{l_{0_j}} \left( \frac{1}{3} x_j + \frac{1}{6} x_{j+1} \right) + \frac{l_{0_j} (a_y + g)}{3} + \frac{\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0}{l_{0_j}} (a_y + g) \left( \frac{1}{3} \eta_j + \frac{1}{6} \eta_{j+1} \right) - \frac{\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0}{l_{0_j}} \left( \frac{1}{3} \dot{D}_j + \frac{1}{6} \dot{D}_{j+1} \right) + \frac{\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0}{l_{0_{j-1}}} \left[ \frac{1}{6} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_{0_{j-1}} - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_{0_j} \right] + \frac{1}{24} l_{0_{j-1}} n_{y_{j-1}}^2 \left[ \frac{-4(\partial \eta)}{\Delta x} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_{j-1}} - \frac{12(\partial \eta)}{\Delta x} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_j} \right] - \frac{n_{y_{j-1}}^2 (\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0)}{24l_{0_{j-1}}} \left[ \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_{j-1}}^2 + 2 \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_j} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_{j-1}} + 3 \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{0_j}^2 \right] + \frac{l_{0_{j-1}} (a_y + g)}{3} + \frac{\eta_j^0 - \eta_{j+1}^0}{l_{0_{j-1}}} \left[ a_x \left( \frac{1}{6} x_{j-1} + \frac{1}{3} x_j \right) + (a_y + g) \left( \frac{1}{6} \eta_{j-1} + \frac{1}{3} \eta_j \right) - \left( \frac{1}{6} \dot{D}_{j-1} + \frac{1}{3} \dot{D}_j \right) \right] \right\}$$

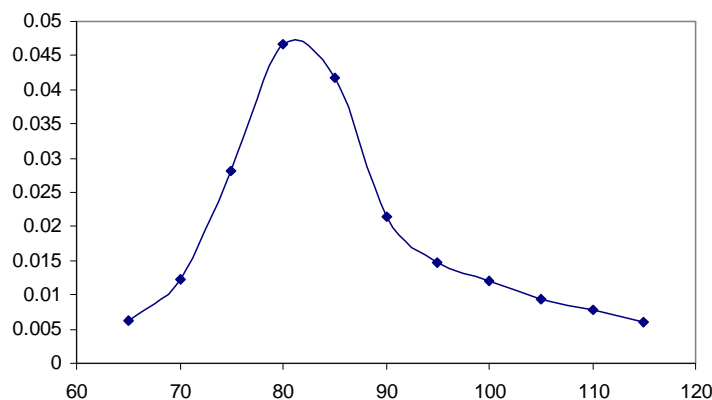


شکل (۳) مقایسه نتایج مدل عددی تهیه شده برای بررسی پدیده اسلاشینگ با نتایج ارائه شده توسط Nakayama و همکارانش

## ۶- نتایج عددی

در این تحقیق، در ابتدا پدیده اسلاشینگ در یک مخزن مستطیلی با عرض ۱/۲ متر و ارتفاع ۰/۶ متر در نظر گرفته شده و سپس مقاطع دوزنقه ای با زوایای مختلف  $\theta$  (مطابق شکل ۲) مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه پارامترهای مختلف هیدرودینامیکی شامل تغییر مکان سطح آزاد، توزیع

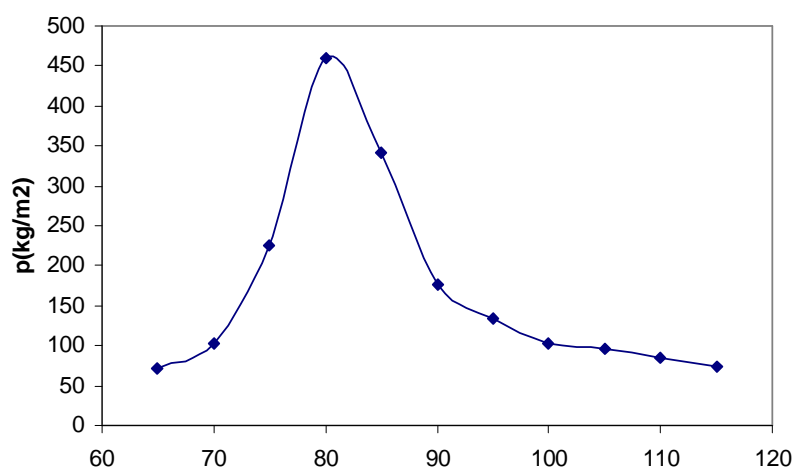
فشار بر روی بدنه مخزن و حداکثر نیروی وارد بر مخزن ناشی از حرکت سیال مورد بررسی قرار گرفته است. در مرحله نخست، جابجایی سطح آزاد و تغییر مکان گره قرار گرفته بر روی سطح آزاد (انتهای سمت راست) بررسی شد. ماکزیمم جابجایی سطح آزاد به ازاء مقادیر مختلف  $\theta$  در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل (۴) ماکزیمم جابجایی سطح آزاد به ازاء مقادیر مختلف  $\theta$  (زاویه جانبی در مقاطع دوزنقه ای)

باعث کاهش قابل ملاحظه جابجایی سطح آزاد و در نتیجه ارتفاع مخزن می‌شود. در این مرحله، توزیع فشار بر روی بدنه مخازن دوزنقه‌ای محاسبه و حداکثر فشار وارد بر مخزن به ازاء مقادیر مختلف  $\theta$  محاسبه گردید. نتایج به دست آمده در شکل (۵) نشان داده شده است.

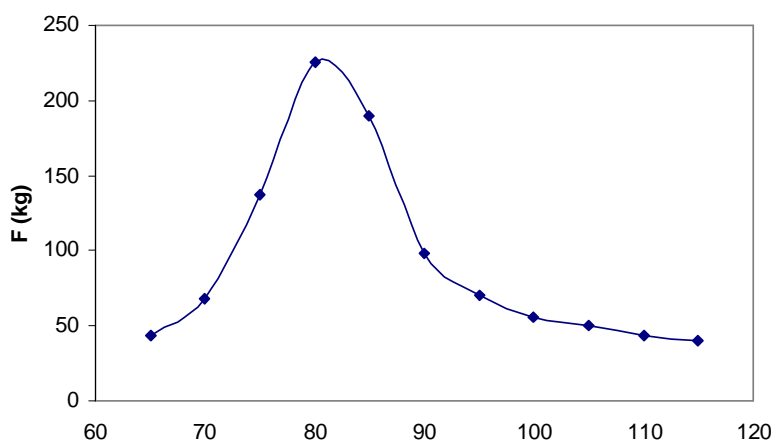
براساس نتایج به دست آمده، حداکثر جابجایی سطح آزاد مربوط به مخزن دوزنقه‌ای با  $\theta = 80^\circ$  می‌باشد. در حالیکه در مخازن دوزنقه ای با زاویه  $\theta = 65^\circ$  حداکثر جابجایی سطح آزاد در حدود ۷۰٪ جابجایی سطح آزاد در مخزن مستطیلی ( $\theta = 90^\circ$ ) است. این بدان معنی است که استفاده از این مخزن در مقایسه با مخزن مستطیلی



شکل (۵) حداکثر فشار وارد بر مخزن به ازاء مقادیر مختلف  $\theta$

نتایج نشان می‌دهد که استفاده از مقطع دوزنقه ای با زاویه  $\theta = 65^\circ$  باعث کاهش حداکثر نیروی وارد بر مخزن در حدود 60% می‌شود. در نهایت، حداکثر نیروی وارد بر مخازن دوزنقه‌ای به ازاء مقادیر مختلف  $\theta$  محاسبه و نتایج در شکل (۶) نشان داده شده است.

نتایج نشان می‌دهد که استفاده از مقطع دوزنقه ای با زاویه  $\theta = 65^\circ$  باعث کاهش حداکثر فشار وارد بر مخزن در حدود 60% می‌شود. در نهایت، حداکثر نیروی وارد بر مخازن دوزنقه‌ای به ازاء مقادیر مختلف  $\theta$  محاسبه و نتایج در شکل (۶) نشان داده شده است.



شکل (۶) حداکثر نیروی وارد بر مخزن به ازاء مقادیر مختلف  $\theta$

Bauerjee P. K, Mukherjee S., Elsevier Applied Science Publishers, Newyork, 1984.

## ۷- نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات

در این مقاله آرایش جدیدی از مخازن ذخیره سوخت در کشتی‌ها بر اساس پدیده اسلاشینگ ارائه شد. مقاطع جدید دارای مقطع دوزنقه ای بوده و بر اساس پارامترهای مختلف هیدرولیکی، بهترین مقطع انتخاب شد. این پارامترها شامل جابجائی سطح آزاد، حداکثر فشار و حداکثر نیروی وارد بر مخزن است. بر اساس محاسبات انجام شده، استفاده از مقطع دوزنقه‌ای در مقایسه با مقاطع مستطیلی باعث کاهش حدوداً ۶۰٪ در میزان حداکثر فشار و نیرو شده است. لذا استفاده از مقاطع دوزنقه‌ای می‌تواند جایگزین مناسبی برای مقاطع مستطیلی باشد.

## ۸- مراجع

- [1] Ibrahim, R.A., Pilipchuk, V.N., Ikeda, T., "Recent advances in liquid sloshing dynamics". Journal of applied mechanics research. 54(2), 133-199, 2001.
- [2] Cariou, A., Casella, G., "Liquid sloshing in ship tanks: a comparative study of numerical simulation". Journal of marine Structures. 12, 183-198, 1999.
- [3] Abramson, H.N., "The dynamic behavior of liquids in moving containers". NASA, SP-106, National Aeronautics and space Administration, Washington D.C., 1966.
- [4] Ockendon, J.R., Ockendon, H., Waterhouse, D.D., "Multi-mode resonances in fluids", Journal of fluid mechanics. 315, 317-344, 1996.
- [5] Choun, Y.S., Yun, C.B., "Sloshing characteristics in rectangular tanks with a submerged blocks". Journal of computers and structures. 61(3), 401-413, 1993.
- [6] Frandsen, J.B., "Sloshing motions in excited tank". Journal of computational physics, 106, 53-87, 2004.
- [7] Wu G.X., "Second-order resonance of sloshing in a tank". Ocean engineering. 34, 2345-2349, 2007.
- [8] Nakayama T., Washizu K., "Boundary Element Analysis of Nonlinear Sloshing Problems". Published in Developments in Boundary Element Method-3,